

Jméno a příjmení :

1. Vypočítejte limitu ($n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{a}{n} \right)^{n^2}$$

(3 body)

2. V závislosti na parametru $x \in \mathbb{R}$ vyšetřete, zda konverguje absolutně, resp. konverguje neabsolutně, resp. diverguje řada

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{n} (x-2)^n.$$

(4 body)

3. Funkce f je definována :

$$f(x) = \exp\left(-\frac{1}{1-x^2}\right) \text{ pro } |x| < 1, \quad f(x) = 0 \text{ pro } |x| \geq 1.$$

Ukažte, že funkce f i její derivace f' jsou funkce spojité v \mathbb{R} .

(4 body)

4. Nalezněte lokální a globální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{|2x-1|}{(x-1)^2}.$$

(5 bodů)

(nebo:

Vyšetřete průběh zadané funkce:

najděte její definiční obor, vyšetřete spojitost funkce f a limity v krajních bodech ;
vypočítejte první derivaci, vyšetřete monotonii , lokální a globální extrémy funkce f ;
vypočítejte druhou derivaci, najděte intervaly, na kterých je funkce konvexní, resp.
konkávní; načrtněte graf funkce .)